

Concursul interjudețean de matematică
CONSTANTIN TĂNĂSESCU

Ediția a III-a, 22 Mai 2021

matematica în orice timpuri ... matematica în loc de orice ...
matematica oriunde

Clasa a VI-a

Problema 1. Câte triplete de numere naturale (x, y, z) verifică $xyz = 2021^9$?

Problema 2. (a) Arătați că:

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022} = \frac{1}{1012} + \frac{1}{1013} + \dots + \frac{1}{2022}.$$

(b) Fie $a, b, c, d \in \mathbb{N}^*$ astfel încât $a < b < c < d$. Arătați că:

$$\frac{1}{ab} + \frac{1}{cd} > \frac{1}{ac} + \frac{1}{bd} \text{ și } \frac{1}{ab} + \frac{1}{cd} > \frac{1}{ad} + \frac{1}{bc}.$$

(c) Fie $A = \{1, 2, \dots, 2022\}$ și $P_1, P_2, \dots, P_{1011}$ submulțimi de câte două elemente fiecare, ale lui A , disjuncte două câte două astfel încât $A = P_1 \cup P_2 \cup \dots \cup P_{1011}$. Pentru fiecare mulțime P_k notăm cu p_k produsul celor două elemente ale sale. Demonstrați că:

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \dots + \frac{1}{p_{1011}} < 1.$$

Problema 3. Fie ABC un triunghi cu $AB < AC$. Perpendiculara în B pe AB intersectează bisectoarea unghiului $\angle BAC$ în B_1 iar perpendiculara în C pe AC intersectează bisectoarea unghiului $\angle BAC$ în C_1 . Fie B_2 piciorul perpendicularei duse din B_1 pe AC și M mijlocul segmentului $[B_1C_1]$. Să se arate că:

- (a) $B_2 \in (AC)$;
- (b) $(MB_2) \equiv (MC)$;
- (c) M se află pe mediatoarea segmentului $[BC]$.

Timp de lucru 3 ore (INCLUSIV CU URCAREA SOLUȚIILOR PE PLATFORMĂ !!!)

Acest concurs se desfășoară pentru că profesorii au ÎNCREDERE în elevii lor. Nu ne dezamăgiți !

Vă mulțumim, SUCCES!