

**Concursul interjudețean de matematică
CONSTANTIN TĂNĂSESCU**

Ediția a III-a, Mai 2021

*matematica în orice timpuri ... matematica în loc de orice ...
matematica oriunde*

Clasa a X-a

Problema 1.

Determinați $z \in \mathbb{C}$ astfel încât $5z^2 - z - 4 \leq 0$.

Problema 2.

Fie o funcție $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ și $A = \{x \in \mathbb{R} | f(x) = x\}$ și $B = \{x \in \mathbb{R} | f(f(x)) = x\}$.

- (a) Dați exemplul de o astfel de funcție pentru care $A = \emptyset$ și $B \neq \emptyset$.
- (b) Arătați că $f(B) = B$.
- (c) Arătați că dacă A și B sunt finite, atunci $|A|$ și $|B|$ au aceeași paritate (am notat cu $|A|$ numărul de elemente al mulțimii A).

Problema 3.

- (a) Arătați că $\log_2 3 > 2\sqrt{5} - 3$.
- (b) Considerăm funcția $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$. Dacă funcțiile $g, h : [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definite prin $g(x) = f(\log_5 x) - 4^x$ și $h(x) = f(\log_4 x) - 5^x$ sunt monotone, arătați că au aceeași monotonie.

Timp de lucru 3 ore (INCLUSIV CU URCAREA SOLUȚIILOR PE PLATFORMĂ !!!)

Acest concurs se desfășoară pentru că profesorii au ÎNCREDERE în elevii lor. Nu ne dezamăgiți !

Vă mulțumim, SUCCES!